

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 И.Ю.Черникова

« 11 » июля 20 25 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** Модели прочности конструкционных и геологических материалов

\_\_\_\_\_  
(наименование)

**Форма обучения:** \_\_\_\_\_ очная

(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** \_\_\_\_\_ бакалавриат

(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** \_\_\_\_\_ 144 (4)

(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** \_\_\_\_\_ 15.03.03 Прикладная механика

(код и наименование направления)

**Направленность:** \_\_\_\_\_ Прикладная механика (общий профиль, СУОС)

(наименование образовательной программы)

## 1. Общие положения

### 1.1. Цели и задачи дисциплины

Аналитический обзор классических и современных феноменологических моделей перехода материалов в пластическое или предельное состояние и их закритического поведения с учетом анизотропии, дилатансии, зависимости от вида напряженного состояния, характера воздействий, области применимости, базовых экспериментов, необходимый для выбора моделей в рамках численного решения задач прикладной механики.

### 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Классические и современные модели статической и усталостной прочности, текучести и предельного состояния деформируемых твердых тел (горных пород, грунтов, сыпучих сред, порошков, металлов, керамик, композиционных полимерных и пористых материалов, метаматериалов, выращенных аддитивным производством) с учетом анизотропии, дилатансии зависимости от вида напряженного состояния, подвергаемых пропорциональному или циклическому нагружению с различными характерными временами воздействий и характеризующихся огромным многообразием сценариев перехода в пластичное состояние или потери несущей способности материала.

### 1.3. Входные требования

Не предусмотрены

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.1	ИД-1ПК-1.1	Ориентируется в выборе подходящих моделей поведения деформируемых твердых тел в зависимости от задачи с учетом особенностей моделей и натурального поведения среды	Знает основные разделы математики, механики деформируемых тел, теории колебаний; современные методы проведения расчетов напряженно-деформированного состояния конструкций, численные методы моделирования, включая метод конечных элементов;	Индивидуальное задание

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.1	ИД-2ПК-1.1	Знает классификацию моделей поведения деформируемых твердых тел и особенности их математического описания	Умеет применять специальные методики расчета параметров нагружения; применять специальные методики расчета конструкций на прочность, устойчивость и жесткость; применять современные системы автоматизированного проектирования (САПР), в том числе: пакеты прикладных программ конечно-элементного анализа, пакеты программ для создания электронных геометрических моделей; читать проектную конструкторскую и нормативную документацию	Экзамен
ПК-1.1	ИД-3ПК-1.1	Владеет навыками аналитических преобразований для экспериментальной идентификации и использования в численных расчетах моделей прочности и пластичности	Владеет навыками разработки статических и динамических моделей; применения современных методов, средств и стандартов, прикладных комплексов программ используемых при проектировании.	Индивидуальное задание

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		8	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	64	64	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	30	30	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	30	30	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	4	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	80	80	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет	9	9	
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	144	144	

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
8-й семестр				
Критериальное поведение материалов и особенности его описания. Классические теории прочности.	4	0	4	10
1.1. Предмет дисциплины. Критерии пластичности. Критерии хрупкого и вязкого разрушения. Статическая и усталостная прочность материалов. Анизотропия и зависимость от вида напряженно-деформированного состояния и дилатансия. 1.2. Теории максимальных напряжений и деформаций. Энергетические теории. Условия максимальных приведенных напряжений и полной пластичности.				
Анизотропные критерии текучести и прочности	4	0	6	12
2.1. Экспериментально определяемые параметры анизотропии пластических сред. Аномалии анизотропии пластических сред. 2.2. Квадратичный критерий Хилла. Степенные обобщения критерия Хилла. 2.3. Степенные критерии Барлата.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Критерии текучести и прочности с зависимостью от среднего напряжения	6	0	6	10
3.1. Ранние теории, обобщающие теорию Кулона. Неплотно связанных и уплотняющихся сред. Дилатансия. 3.2. Кэп-модели дилатирующих сред. 3.3. Обзор многоконстантных моделей дилатирующих сред.				
Критерии вязкого разрушения	2	0	2	8
4.1. Критерии вязкого разрушения. Зависимость от вида напряженного состояния, скорости деформаций и температуры. Связанные и несвязанные критерии.				
Введение в усталостное разрушение	2	0	0	4
5.1. Типы нагружения, приводящие к усталостному разрушению. 5.2. Физические основы усталостного разрушения. 5.3. Факторы влияющие на усталостную прочность деталей.				
Оценка усталостной прочности при одноосном нагружении.	6	0	6	20
6.1. Диаграмма Вёлера и диаграмма Хейга. 6.2. Гипотеза о линейном суммировании поврежденности (гипотеза Пальмгрена-Майнера). 6.3. Сведение к отнулевому циклу, формула Одинга. 6.4. Методы схематизации истории нагружения. 6.5. Оценка усталостной прочности при наличии концентраторов напряжений. Метод локальной истории деформаций.				
Статистическая обработка результатов экспериментов на усталостное разрушение.	2	0	2	6
7.1. Статистическая обработка результатов экспериментов на усталостное разрушение.				
Оценка усталостной прочности при многоосном нагружении.	4	0	4	10
8.1. Оценка усталостной прочности при пропорциональном нагружении. 8.2. Оценка усталостной прочности при пропорциональном нагружении. Метод критической плоскости.				
ИТОГО по 8-му семестру	30	0	30	80
ИТОГО по дисциплине	30	0	30	80

## Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Девиаторная плоскость, векторный базис в девиаторной плоскости и запись критериев в терминах компонент разложения по данному базису.
2	Представление классических критериев кривыми на девиаторной плоскости.
3	Выражение констант квадратичного критерия Хилла через экспериментально определяемые параметры.
4	Выражение экспериментально определяемых параметров степенного критерия Хилла 1979 г. и описание им аномалий анизотропии.
5	Выражение экспериментально определяемых параметров степенного критерия Хилла 1990 г. и описание им аномалий анизотропии.
6	Вывод критерия Кулона - Мора.
7	Связь объемных и сдвиговых пластических деформаций при течении на конической и эллиптической части критерия Димаджио - Сэндлера при свободном растяжении/сжатии
8	Связь объемных и сдвиговых пластических деформаций при течении на конической и эллиптической части критерия Димаджио - Сэндлера при стесненном деформировании
9	Связь зависимости предельной деформации от параметра трехосности с кривой предельных деформаций
10	Диграмма Вёлера и диаграмма Хейга, их применение при оценке усталостной прочности.
11	Гипотеза Пальмгрена-Майнера. Сведение к отнулевому циклу.
12	Оценка времени жизни при блочном нагружении.
13	Оценка времени жизни на произвольном немонотонном нагружении.
14	Статистическая обработка диаграмм Вёлера и Хейга, оценка вероятности разрушения детали.
15	Метод локальной истории деформаций. Оценка времени жизни при наличии концентраторов нагружений.
16	Оценка времени жизни на многоосном нагружении.

## 5. Организационно-педагогические условия

### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

Проведение лабораторных занятий основывается на интерактивном методе обучения, при котором обучающиеся взаимодействуют не только с преподавателем, но и друг с другом. При этом доминирует активность учащихся в процессе обучения. Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение целей занятия.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

### 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Критерии прочности и расчет механической надежности конструкций / Аликин В. Н., Анохин П. В., Колмогоров Г. Л., Литвин И. Е. Пермь : ПГТУ, 1999. 159 с.	22
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		

1	Келлер И. Э., Петухов Д. С. Критерии прочности и пластичности : учебное пособие. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2020. 156 с. 10,0 усл. печ. л.	25
<b>2.2. Периодические издания</b>		
1	Вестник ПНИПУ. Механика : журнал. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2012 -	1
2	Известия Российской академии наук. Механика твердого тела : научный журнал. Москва : Наука, 1966 - .	1
<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
1	ГОСТ 1497-84 Металлы. Методы испытаний на растяжение	1
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
	Не используется	

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Основная литература	Келлер И. Э., Петухов Д. С. Критерии прочности и пластичности : учебное пособие. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2020. 156 с. 10,0 усл. печ. л.	<a href="https://e.lanbook.com/book/239849?category=918&amp;publisher=44598">https://e.lanbook.com/book/239849?category=918&amp;publisher=44598</a>	сеть Интернет; авторизованный доступ

## 6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Mathematica Professional Version (лиц. L3263-7820*)

## 6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	<a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="https://elib.pstu.ru/">https://elib.pstu.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

## 7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Мультимедийная учебная аудитория 205 корпус Г: Мультимедиа комплекс (Инв.№ 0483179) Доска аудиторная (Инв.№ 0641017) Ноутбук Toshiba Satellite A200-1HV (Инв.№ 0474274)	1
Практическое занятие	Мультимедийный компьютерный класс 212 корпус Г: Программно-аппаратный комплекс для организации удаленного доступа к вычислительным ресурсам и ПО QForm высокопроизводительного вычислительного комплекса ПГТУ для реализации образовательных программ по ПНР НИУ (Инв.№ 0485074) в составе Системный блок Aquarius Elt E50 S67, Intel DQ57TML, Intel Core i7-860, Samsung DDR III SDRAM PC3-10600, HDD 750 Gb SATA-II 300 Western Digital, DVD+/-RW Samsung SH-S223C, PCI-512M ATI Radeon HD5670 GDDR3 VGA+DVI+HDMI, Мышь Aquarius Mouse Optical 2 key Scroll, Клавиатура Aquarius Keyboard 104r/l, Монитор Samsung P2350(KUV) - 11 шт, Проектор Beng Projector BP6210 (Инв.№ 0453251), Киноэкран, Доска аудиторная	1

## 8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

## 1.6 Задачи к главе 1

1. Построить на девиаторной плоскости контуры текучести согласно критериям Треска, Мизеса и Ишлинского – Ивлева, подчиняя единственный параметр этих критериев испытанию на одноосное растяжение. Найти отношение пределов текучести при чистом сдвиге и одноосном растяжении, предсказываемое каждым из критериев. Евклидову норму в девиаторной плоскости ввести с помощью интенсивности напряжений

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} s_{kl} s_{kl}}.$$

2. Найти значения параметров трехосности  $\eta$  и Лоде  $\mu$  для напряженных состояний, отвечающих свободному одноосному растяжению цилиндра, свободному одноосному сжатию цилиндра, стесненному одноосному сжатию цилиндра, двухосному растяжению пластины, чистому сдвигу при кручении тонкостенной трубки и осадки параллелепипеда в канале.

3. Получить выражения для  $\sigma_\alpha$  — предела текучести  $r_\alpha$  — коэффициента анизотропии при одноосном растяжении полосы, вырезанной из листа под углом  $\alpha$  к направлению прокатки, для критерия текучести Hill48.

4. Получить выражения для  $\sigma_\alpha$  — предела текучести  $r_\alpha$  — коэффициента анизотропии при одноосном растяжении полосы, вырезанной из листа под углом  $\alpha$  к направлению прокатки, для критерия текучести Hill90.

5. Получить и проанализировать зависимость  $\sigma_0/\sigma_{90}$  от  $r_0/r_{90}$  для критериев текучести Hill48, Hill79, Hill90 и Hill93 на предмет возможности описания аномалии анизотропии второго типа в листовых материалах.

6. Получить и проанализировать зависимость  $\sigma_u/\sigma_b$  от  $r$  для критериев текучести Hill48, Hill79, Hill90 и Hill93 в случае изотропии пластических свойств в плоскости листа на предмет возможности описания аномалии анизотропии первого типа.

8. Исследовать экстремумы функции  $\sigma_\alpha(\alpha)$  на отрезке  $[0, \pi/2]$  в зависимости от констант критерия текучести Hill48 для листового материала.

9. Определить плоскости и направления в этих плоскостях, на которых достигаются максимальные значения комбинации касательного и нормального напряжений  $t_{n\tau} - \mu t_{nn}$ , где  $t_{n\tau} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\tau}$ ,  $t_{nn} = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\boldsymbol{\tau}$  — единичная нормаль к плоскости и единичный вектор в плоскости. Привести  $\max_{\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}} (t_{n\tau} - \mu t_{nn})$  к левой части критерия Кулона – Мора (1.74). Оригинальное решение этой задачи, принадлежащее Мору [31], приведено во многих учебниках и монографиях (например в [44]).

10. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания цилиндрического образца на всестороннее сжатие в камере высокого давления. Считать известными после каждого испытания с рабочим давлением из заданного ряда необратимое относительное изменение объема образца.

11. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания цилиндрического образца на поперечное сжатие с фиксированными концами. Считать известными ряд давлений и соответствующих необратимых относительных изменений объема образца. Указания: а) последовательно определить компоненты тензора напряжений, его шаровой и девиаторной составляющих, второй инвариант девиатора, записать критерий текучести, б) записать соотношения ассоциированного закона пластического течения  $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}(R^2 s_{ij} - 2(p - L)\delta_{ij})$ , в) учесть заданное кинематическое ограничение, получить связь компонент тензора напряжений и применить к критерию текучести.

12. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели

Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания цилиндрического образца на трехосное сжатие по схеме Кармана. Считать известными ряд осевых сжимающих напряжений и боковых давлений, изменяющихся пропорционально, а также соответствующих необратимых относительных изменений объема образца, осевых и поперечных деформаций. Положить, что боковое давление превосходит осевое напряжение по абсолютной величине. Учесть указания (а),(б) к предыдущей задаче, получить из уравнений отношения скоростей деформаций, которые связать с отношениями указанных выше деформаций.

13. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания цилиндрического образца на свободное сжатие. Считать известными ряд осевых напряжений, а также соответствующих необратимых относительных изменений объема образца, осевых и поперечных деформаций. Учесть указания (а),(б) к задаче 11, получить из уравнений отношения скоростей деформаций, которые связать с отношениями указанных выше деформаций.

14. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие конической части поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания при растяжении тонкого кольца полудисками. Учесть указание (а) к задаче 6. Получить из уравнений закона пластического течения  $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}(s_{ij}/s + 2F_1' \delta_{ij})$  отношения скоростей окружных и радиальных деформаций, а также окружных и объемных деформаций, которые связать с отношениями соответствующих деформаций, регистрируемых в эксперименте. Получить из соотношений модели отношение деформаций по толщине и ширине кольца. Получить из соотношений модели условие

стыковки конической части поверхности текучести с эллиптической частью в точке экстремума.

15. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания цилиндрического образца на стесненное сжатие. Считать известными ряд осевых напряжений, а также соответствующих необратимых относительных изменений объема образца или осевых деформаций. Учесть указания (а)–(в) к задаче 11, получить связь осевого напряжения с константами и функциями модели, вытекающую из условия текучести.

16. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания цилиндрического образца на сжатие в упругой цилиндрической оболочке. Считать, что тангенциальная деформация образца  $\epsilon_{11}$  измеряется тензодатчиком, приклеенным к упругой оболочке, и связана с соответствующим напряжением  $\sigma_{11}$  соотношением безмоментной теории упругих оболочек

$$\epsilon_{11} = \frac{a \sigma_{11}}{h E}, \quad (1.146)$$

где  $a$ ,  $h$  — радиус и толщина цилиндрической оболочки,  $E$  — модуль Юнга ее материала. Получить из ассоциированного закона пластического течения с учетом (1.146) выражение для отношения приращений осевой и тангенциальной деформаций образца через осевое и тангенциальное напряжения.

17. Получить соотношения, связывающие параметры кэп-модели Димаджио – Сендлера, соответствующие эллиптической крышке поверхности текучести, с контролируемыми и измеряемыми величинами испытания параллелепипеда сжатием в канале. Считая известными сжимаю-

щую и поперечную компоненты деформаций образца в последовательные моменты времени, выразить отношение их скоростей из ассоциированного закона течения, руководствуясь указаниями (а)–(в) к задаче 11.